効果的な理解方略を算数問題解決に適用すること

多　鹿　秀　継[1]　　堀　田　千　絵[2]

Application of Effective Comprehension Strategies to Mathematical Problem Solving

Hidetsugu TAJIKA[1]　　Chie HOTTA[2]

要　旨

本論文の目的は，算数問題解決を促す効果的な理解方略としての自己説明と比較の特性を明らかにすることであった。そのため，まず，①算数問題解決における効果的な理解方略とは何かについて議論し，問題解決の問題理解の過程において，児童の有する算数概念の知識と問題内容との意味統合を促進するメタ認知の活性化に基づく学習方略ととらえた。ついで，②理解方略としての自己説明と比較が算数問題解決にどのように適用され，かつ効果的な方略として利用されてきているかに言及し，先行する関連文献によって自己説明と比較の特性を明確にした。最後に，③理解方略としての自己説明と比較が算数問題解決において効果を生み出す理論的背景として，メタ認知の活性化が作用していることを指摘した。

キーワード：算数問題解決，理解方略，自己説明，比較，メタ認知

1　本論文の目的

本論文の目的は，算数問題解決を促す効果的な理解方略として自己説明と比較を取り上げ，それらの方略がどのように算数問題解決に適用され，かつ効果的な方略として利用されてきているか，あわせて理解方略としての自己説明と比較が算数問題解決において効果を生み出す理論的背景を明確にすることであった。

この目的を達成するために，①まず，算数問題解決における効果的な理解方略とは何かについて明確に記述し，②理解方略としての自己説明と比較が算数問題解決にどのように適用され，かつ効果的な方略として利用されてきているかに言及し，③理解方略としての自己説明と比較が算数問題解決において効果を生み出す理論的背景として，メタ認知の活性化を取り上げた。

2　算数問題解決における効果的な理解方略とは何か

算数問題解決における効果的な理解方略とは何を意味するのか。児童が算数問題を解決するときに，どのような理解方略を使用すれば効果的に算数問題の解決に至るのであろうか。最初に，児童の算数問題解決を簡潔に説明し，次いで児童の算数問題解決を育む本研究における効果的な理解方略を，先行研究結果に基づいて提案しよう。

算数問題解決とは，算数問題を解決することで

ある。算数問題には，四則の計算問題，図形に関する問題，量と測定の問題，あるいは割合などに見られる数量関係の問題など，さまざまな問題を指摘することができる。算数問題解決とは，それゆえ与えられたさまざまな算数問題を正しく解決することである。算数教育の領域においては，児童が適切に算数問題を解決できるようになることが算数指導の重要な課題の１つとして指摘されている（中原，1991）。本研究の著者である２名に加え，我々の project も，割合の文章問題（以下では，文章題と記述する）を中心に，さまざまな算数文章題の解決過程を吟味してきた（たとえば，多鹿・石田，1989；多鹿・中津，2009；多鹿・中津・加藤・藤谷・堀田・野崎，2017）。

では，児童が適切に算数問題を解決できるようになるとはいかなることを意味するのであろうか。問題解決の心理学において，問題が解決できるとは，通常以下の２つの過程における働きを適切に処理できることを意味している。

１つは問題文を読んで理解する過程であり，問題文の意味内容を適切に理解することが必要とされる。

また，単に問題に記述された内容を理解しただけでは，問題を正しく解いたとはまだいえない。理解した内容に基づいて，問題を解くための作業が次に求められる。すなわち，理解した内容を解くことのできる形式に変換（算数文章題の場合では，立式すること）し，変換した結果を正しく演算することが求められるのである。本研究における算数問題解決の効果的な理解方略とは，算数問題の解決における理解の過程（以下では，理解過程と呼ぶ）に関係する概念である。

算数問題解決の理解過程では，上述したように所与の問題を理解することが求められる。理解するためには，児童が自らのスキーマに貯蔵している算数の概念的な知識を駆動して，問題として提示された文章や数式で表現されている内容を統合することが必要とされる。つまり，所与の問題の内容と児童が既有知識として貯蔵している算数概念の知識との意味統合である。意味の統合ができることで，児童は理解した問題を解決のための方略を適用して立式し，演算を実行するのである。

児童の算数問題解決を以上のように考えるとき，本研究における算数問題解決の効果的な理解方略とは，理解過程において児童の有する算数概念の知識と問題内容との意味統合を促進する方略として位置づけることができる。児童の算数問題解決における意味統合を促進する理解方略として，これまでの研究ではさまざまな理解方略の提案がなされ，かつ問題解決における実践も実施されてきた。

よく知られている算数問題解決における理解方略としては，Polya（1945/1954）の『いかにして問題をとくか（"How to solve it"）』の「問題を理解すること」と「計画を立てること」で述べられている具体的な方略，たとえば「未知のものは何か」「与えられているものは何か」「条件は何か」，あるいは「関連した問題を知っているか」や「すでに解かれている似かよった問題を利用せよ」といった方略は，既有知識に結びつけることを目指した理解方略といえる。

また，Schoenfeld（1985，1992）の数学問題の解決におけるメタ認知の活性化も，よく知られた効果的な理解方略の提案並びに実証研究であるといえる。彼は初学者と熟達者に数学問題を与えて20分の制限時間内でその問題を解かせ，初学者と熟達者の違いを６つの数学問題の解決ステップに基づいて吟味した。彼によると，それらの６つの解決ステップとは，数学問題の読解，分析，探索，計画，実行，及び証明の各解決ステップである。

初学者と熟達者が数学問題の解決に取り組んでいるとき，熟達者は問題を読解したのち，問題理解を目指して問題の分析をおこなったり，解決に向けてのプランを立てる計画の各段階に時間をかけ，それぞれのステップを往還することで問題理解を深め，問題を見慣れた定型的な問題に変えることを目指す探索には，それほど時間をかけていないことが分かった。これに対して，初学者は問題を読解したのち，持ち時間のすべてを探索活動

に費やしていた。

このような先行研究から共通して導き出せる算数問題解決の効果的な理解方略は，理解過程において児童の有する算数概念の知識と問題内容との意味統合を促進するメタ認知の活性化に基づく学習方略として指摘することができる。Polya（1945/1954）の問題理解の解決ステップも，Schoenfeld（1985，1992）の分析と解決計画も，ともに数学の問題解決におけるメタ認知方略の利用に言及しているととらえられる。自分自身の認知過程への気づきであるメタ認知（VandenBos，2015，p.645）の方略は，直接問題解決そのものにつながる認知方略ではないが，自分のもつさまざまな認知方略の有効性を内的に吟味し，効果的な方略の選択を助け，かつ問題解決の道筋を促すものである。上述した「未知のものは何か」，「関連する問題を知っているか」，あるいは「解決のための計画を立てる」，「問題解決のための課題分析をすること」等の，問題解決に結びつく具体的なメタ認知方略に限らず，多鹿・中津（2009）で明確にした問題内容を解決者自身に説明する自己説明も，算数問題解決に有効なメタ認知による理解方略として位置づけることができる。

本研究では，算数問題解決における理解方略として自己説明を取り上げる。その理由は，これまで著者たちのプロジェクトが，児童の算数問題解決を育成する目的で，自己説明を取り上げて研究してきたことによる。

また，本研究では，自己説明に加えて，算数問題解決における理解方略として比較を取り上げる。算数問題解決における比較の研究は，Rittle-Johnson に詳しい。彼女は主に中学生の数学問題解決において比較を取り上げ，数学問題解決における比較のタイプ分けに基づく比較の効果を review している（Rittle-Johnson and Star，2011）。その review において，彼女たちは比較をメタ認知の活性化による学習方略としての理解方略として説明しているわけではない。彼女たちは数学問題解決における比較の働きを，さまざまな問題解決の領域における学習を改善する学習過程ととらえている。本研究では，算数問題における比較を，「２つの問題の解き方がどのように異なるのか」あるいは「どちらの解き方がよい解き方といえるのか」など，自己説明と同様に，算数問題の解決に向けて発する自己への問いかけと位置づける。それゆえ，算数問題解決における理解方略として比較を取り上げて吟味するものである。

このように，自己説明はしばしばメタ認知を伴う理解方略として吟味されてきた。一方で，比較は比較的等閑視された理解方略であった。しかし，理解方略としての比較研究は，４節で説明するように，算数問題解決にとってたいへん強力な方略であることが明白にされてきている。さらに，直接算数問題解決とのかかわりに言及してはいないが，Rousseau の『エミール』の一節にも，比較が判断や推理と伴う思考過程として位置づけられることを示している個所が散見される。それは，感覚（知覚）と比較を論じた一節であり，「…知覚するとは，感じることだ。比較するとは，判断することだ。判断することと感じることとは同じことではない。…」（Rousseau，1762/2007，上・中・下の３巻からなる翻訳の中の168頁）。この一節から理解できるように，比較も自己説明と同様に，判断としての比較を論じており，自己内省的な判断の根幹をなすメタ認知の働きを含む理解方略を予測するものである。

3　算数問題解決における理解方略としての自己説明

自己説明とは，自分自身に説明することである。一般に，自己説明は文章理解や問題解決課題として提示された文章ないしは問題内容を理解するために，学習者が文章理解や問題解決課題として提示された内容を，自分自身に分かるように説明する積極的な学習活動として位置づけることができる（Chi，2000；多鹿・中津・加藤・藤谷・堀田・野崎，2016）。

たとえば，文章理解の研究で使用される自己説明とは，テキストを読んだ後に学習者によって発話されたテキストの内容に結びついた言語音を意

味する（Chi，2000)。不完全な内容で構成されているテキストを与えられたとき，学習者がテキストの意味が理解できない不完全な内容に注意し，どのような意味であるのかを推論を構成することで理解しようとする。自己説明は，それ故，推論等の内省的な思考を働かせることによって，記述された内容の因果の結びつきを発話あるいは筆記する積極的な学習活動といってよい。

このような自己説明を問題解決事態に適用した研究は，Chi，Bassok，Lewis，Reimann，and Glaser（1989）により導入された。Chi et al. の研究では，物理学の力学の問題を大学生に解決させる際に，大学生に問題と解決過程を示した問題の例題が与えられた。大学生は例題を発話することによって学習した。すなわち，提示された例題の質問に答えるために，自分の言葉で質問への解答を説明することが求められた。正しく問題解決した得点の高低に基づき，実験に参加した学生を高得点群の学生と低得点群の学生に二分したところ，高得点群の学生は低得点群の学生に比べて，自己説明を多く発話し，かつそれらの自己説明の多くは力学の問題解決に結びつく自己モニタリングを伴った適切な説明であることがわかった。このことは，問題の内容を自己説明することと正しく問題を理解して解決することが結びついていることを示しているといえる。その後，問題解決課題における自己説明は，上記の物理学（Chi et al.，1989；Conati & VanLehn，2000）や算数・数学（Nathan, Mertz, & Ryan，1994；多鹿・中津，2009）といった問題解決の領域だけでなく，さまざまな教科の領域の学習活動において利用されている。

自己説明に関するこれまでの研究結果から，自発的に学習材料を自己説明したり，あるいは例題等を与えられ，当該の例題を自己説明するように教示されて自己説明する学習者は，自己説明をしない条件群の学習者よりも学習材料をよりよく理解したり，自己のスキーマをより適切に構成することが明確にされている（Chi et al.，1989；Chi，2000)。

このように，自己説明は問題解決の課題において，当該の内容を理解し，解決に結びつけるための推論を伴った発話を基本としていることから，問題解決における自己説明を問題解決の理解方略としてとらえることが可能である。

学習者が自分自身に分かるように問題解決の課題を自己説明するためには，一般的には課題で記述されている内容を適切に推論することが求められる。Chi（2000）によれば，自己説明において使用する推論は，基本的には問題解決の課題内容の因果の推論である。それは，「問題文の解決手続きはどのように結果と結びついているのか」，あるいは「なぜそのような結果を得ることができたのか」のような，「どのようにして」や「なぜ」といった疑問に対する説明を自分で構成していくところに，解決につながる推論の働きをうかがい知ることができる（Siegler & Lin，2010)。この推論は問題条件である前提から正解である結論を導く推論といえる。

小学生を研究対象にした算数問題解決における自己説明の研究は，最近に至るまでそれほど多くの研究を見出すことができない（たとえば，Mwangi & Sweller，1998；Rittle-Johnson，2006；Tajika，Nakatsu，Nozaki，Neumann，& Maruno，2007)。その理由は，小学生が推論を働かせることによって算数問題を自己説明することが難しいことにある。しかしながら，実験事態を工夫することによって，理解方略としての児童の自己説明による算数問題解決の研究が実施されてきた。

Mwangi and Sweller（1998）は，9歳から10歳までの小学3年生を使って算数文章題の例題を自己説明させた。すなわち，小学3年生に「一郎は8歳です。花子は一郎よりも3歳年下です。太郎は花子よりも2歳年上です。太郎は何歳ですか。」の2段階のステップで解を求める文章題を提示した。上記の問題文を構成する各文の隣に，たとえば8歳を示す8個の○（丸）を添えた例題を子どもに与え，当該の例題を自分で分かるように説明させた。その結果，自己説明した条件群が正解に

速く達することを示した。

また，Rittle-Johnson（2006）は，自己説明が転移を促進するという結果に対して，いつどのように自己説明が効果的であるかを明らかにするため，小学3年から5年生に算数の等価の課題を用いて介入セッションを行い，教授法（発見学習 vs 直接教授）と自己説明（有 vs 無）の組み合わせによる教授介入，並びにテストの時期（直後 vs 遅延）を操作して実験を行った。算数の等価課題とは等号の両側にいくつかの加数がおかれている課題であり，たとえば「4＋9＋6＝4＋__」や「3＋4＋8＝__＋8」のようであった。また，従属変数として算数の等価の問題の理解を測定する3種のテストを用意し，子どもたちに概念的知識，手続き的学習，及び手続的転移の各テストを実施した。概念的知識のテストでは，たとえば等号とは何かに答えさせた。手続き的学習のテストでは，上記の「4＋9＋6＝4＋__」のような問題に答えさせた。手続き的転移のテストでは，「__＋9＝6＋9＋3」のような問題に答えさせた。

実験の結果，自己説明をさせると，教授法に関わらず手続き的学習と手続き的転移において効果的であり，その効果は2週間の遅延テストにわたって維持された。ということは，自己説明と教授法の相互作用は認められず，どの教授法を介入に使っても自己説明の効果がみられたにすぎなかった。他方，概念的知識に関しては，自己説明しても知識の改善にはつながらなかった。

最後に Tajika et al.（2007）を説明しよう。Tajika et al.（2007）は，自己説明をメタ認知方略として使用し，自己説明が小学6年生の算数割合文章題の解決にどのような影響を与えるのかを吟味した。Tajika et al. の研究では，算数割合文章題のテスト（本テスト）を実施する前に，小学6年生の割合文章題の解決過程を例題（Atkinson et al.，2000）として構成し，その例題に自己説明を課すことにより，子どもの算数問題解決に自己説明を適用した。具体的には，3つの条件群（自己説明群，自己学習群，及び統制群）を設定して実験を実施した。まず予備テストを実施し，3つの条件群間の違いがないことを確かめた。次いで割合文章題の例題を与え，3つの条件群の実験操作を施した。3条件群は次の通りであった。

自己説明群の児童には，本テストと異なる他の割合文章題2問（易問題と難問題）を例題として用意し，これら2題の例題の解決過程を6つ（易問題）ないしは8つ（難問題）の解決ステップに区切った内容（文ないし文章，式，あるいは線分図）を自己説明の課題として与え，1つ1つの解決ステップに記述された内容が理解できるかどうか，理解できる場合にはその説明を，理解できない場合にはどこが理解できないのかの説明を，それぞれ記述させた。自己学習群は，自己説明群に与えられた例題と同じ解決ステップで構成された例題の内容を，担任の先生が1つ1つ説明し，その後児童自らが自分で学習する群であった。また，統制群は，自己説明群及び自己学習群に与えられた例題の書式とは異なるが，両条件群と同一の問題について，解決のための式と答えを予め記載した例題を与えられた。統制群に割り振られた児童は，担任の先生がそれらの例題の解き方を説明し，児童自身が理解するようにした。

例題の学習後，本テストを実施し，その1カ月後に転移テストを実施した。実験の結果，自己説明群の子どもは，自己説明を行った割合文章題の解決に関して，本テストでは他の2条件群の子どもに比べ，有意に優れた成績を示した。また転移テストとして実施した割合文章題とは異なる他の文章題の解決に関しても，他の2条件群に比べて正の転移を示し，自己説明を行うことが算数問題解決に効果的であることを示した。
自己説明群の子どもを，生成した自己説明の質と量によって自己説明適切群と自己説明不適切群の2群に割り振り，割合文章題の本テスト結果と転移テスト結果を比較した。

Tajika et al.（2007）の研究において，自己説明が算数問題解決に効果を示したのは，1つに，児童が1つ1つの解決ステップの内容を説明する

ときに，解決につながる適切な推論を生成したことによるだけでなく，たとえあるステップの内容が理解できなくて説明できない場合も，どこが分からないかを自分なりに内省的に思考することによって説明を生成することにより，問題解決につながったことを指摘できる。児童の説明の大半は，各解決ステップに記述されている文章の反復であった。

Tajika et al.（2007）の研究で見いだされた解決ステップの反復による説明は，たとえば McNamara and Magliano（2009）によるメタ認知方略としての自己説明には分類されない。解決成績との関連からいえば，高い成績と関係するのは推論等を働かせて解決に結びつく自己説明である。しかしながら，そのような反復による説明が主な説明からなるとして分類された自己説明群の児童でも，本テストや転移テストの得点は統制群の児童の平均得点と変わらなかったのである。このようなことから，自己説明は算数問題解決における問題理解のときに，問題文の意味を理解するために自分自身に説明する学習活動と考えてよい。自己説明は，算数問題解決の効果的な理解方略である。

理解方略としての自己説明のもっとも特徴的な特性として，知識の構成を指摘しておこう。学習者の有する既有知識（以下では，スキーマと記述する）を活性化し，メタ認知の活動に基づいて推論等を働かせることで，新たに学習した知識を統合する。知識統合は，問題解決の理解過程における critical な活動であり，自己説明は知識統合を促す効果的な方略である。

構成活動としての自己説明を支える推論過程は，①学習内容をまとまりのある内容として体制化すること，②体制化された学習内容を既有知識に統合すること，③統合された新しい知識を学習内容と比較し，類推し，一般化することで，学習内容を再体制化し，さまざまな意味を作り出すことである。その結果として，④再構成された知識はより堅固なスキーマとして，さまざまな転移課題に容易に適用することができるといえる（多鹿・中津・加藤・藤谷・堀田・野崎，2016)。

4　算数問題解決における理解方略としての比較

算数問題解決における比較（comparison）研究は，2000年代に精力的におこなった Rittle-Johnson に詳しい。彼女は主に教育心理学の雑誌論文（Journal of Educational Psychology）において，算数問題解決における比較研究はたいへん少ないこと，しかしながら心理学や認知科学における一般的な問題解決の研究においては比較研究が古くから認められることを指摘し，それらを簡潔に紹介している（たとえば，Rittle-Johnson & Star, 2007；Rittle-Johnson & Star, 2009；Rittle-Johnson，Star, & Durkin，2009)。彼女によれば，一般的な問題解決の比較研究の結果は，心理学や認知科学の領域における実験研究，たとえば以下に示すアナロジーを利用した問題解決やアナロジー推理の研究によって明確にされているという。彼女が簡潔に紹介した心理学や認知科学の領域における比較にかかる実験研究成果は，①１つの事例を学習するよりも，２つの事例を比較することによる学習が効果的であること，②２つの事例を一緒に提示する方が別々に提示して学習より効果的であること，及び③事例を比較するように教示して比較させると，比較の効果を増進させることなどと，３点にまとめることができる。

問題解決に比較を取り入れた古典的な実験例では，アナロジーを利用した問題解決の研究として Gick and Holyoak（1980，1983）がよく知られている。Gick and Holyoak の研究をごく簡潔に要約すると，実験参加者である大学生に，のちの問題解決（ターゲット問題の解決）の手がかりになる文章（将軍に関する物語で，ベース問題と呼ばれる）を読ませて要約させ，その後 Duncker（1945）の放射線問題（ターゲット問題）を解かせた。Duncker の放射線問題とは，胃のまわりの健康な組織を破壊せずに，胃がんを放射線で治療するにはどうすればよいかという問題である。Gick and Holyoak のアナロジーによる問題解決

では，基本的にはベース問題とターゲット問題を比較し，ベース問題の解決方法をターゲット問題の解決に利用できるかどうかを見るものであった。

Gick and Holyoak（1980，1983）の１つの研究では，手がかり教示を受けるグループの実験参加者は，放射線問題を解く場合の手がかりになる将軍に関する物語をヒントとして利用するように教示され，放射線問題を解いた。将軍に関する物語であるベース問題とは，農場や村に囲まれた要塞に陣取った独裁者の要塞を将軍が陣取るにはどうすればよいかという問題であった。他のグループの実験参加者は，手がかりとなるベース問題について利用するように教示されなかった。実験の結果，ヒントとなる物語を利用するように教示されることによって，ターゲット問題である放射線問題を正しく解く割合が増加することが示された。換言すれば，ヒントとなる物語を利用するように教示されないとき，放射線問題は解くのに難しい問題であることが示されたといえる。

このようなことから，アナロジーを利用した問題解決では，ベースになる問題（将軍に関する物語）と問題解決が求められているターゲット問題（放射線問題）の関係を理解するためには，ベースになる問題がターゲットの問題を解くためのヒントになることを教示されたのち，①両問題の記述された内容の符号化をおこない，それぞれの問題の内的表象を形成すること，及び②２つの問題の違いを把握するために，構成された内的表象を使って各問題の類似点と相違点の写像を形成して比較すること，といった処理が必要である。

ところで，Rittle-Johnson のプロジェクトが取り上げた比較研究は，上記で取り上げた Gick and Holyoak（1980，1983）を含む他の問題解決の研究に限らない。一般に，思考研究においては，矢田部（1983a，1983b）も指摘するように，比較を思考における関係の把握として位置づけ，古くから関係把握の研究がなされている。比較の働きは，課題を理解し，課題間の関係を判断する働きであり，判断による関係の把握といってよい。上記のアナロジーを利用した Gick and Holyoak の問題解決も，ターゲット問題とベース問題の関連性を把握することによって問題を解決する関係把握の一研究でもあるといえる。また，かつてよく実験がなされた弁別学習における移調の発達研究（年齢の違いによって，弁別刺激間の関係をどのように学習するかを明らかにする研究）も，本論文では研究の詳細に言及しないが，知覚表象あるいは概念表象による表象機能の発達を，関係の把握を通して吟味した比較の研究といえるだろう。

それでは，算数・数学の問題解決における比較研究に移ろう。たとえば，Rittle-Johnson and Star（2007）の研究では，７年生に数学の問題を解決する方法を比較させることで，数学の問題の解決が促進することを見た。まず実験に先立つ事前テストで７年生の生徒の数学の学力を確認し，比較群と統制群（連続学習群）の２群にそれらの生徒をグループ分けした。２群に分けた生徒をランダムに割り振って２名で１組の学習群を作って実験を実施した。彼女らが使用した比較群の課題は，４題の例題のそれぞれに対して２種類の解決方法（いくつかの解決ステップを経て解決した一次方程式の問題）を示し，各例題の２つの解決方法を比較する介入課題であった。比較群は，架空の生徒が示した２つの解き方を比較して，同じ解き方をしているのか違った解き方をしているのか，またなぜそのように考えるのかの理由をたずねた。またあわせて，なぜ一方の解き方を選択したのかの回答を求めた。このような比較の理由付けを説明させることで，それぞれの解き方を理解するように促された。統制群（連続学習群）の介入課題は，比較群で提示された一次方程式とその解決方法の一つを示し，その方法で解くことを選択するかどうかとその選択の理由をたずね，ついで比較課題の残りの一次方程式の解決方法を示して，先ほどと同様にたずねるだけであった。２つの群にこのような問題解決の介入課題を実施したのちに，生徒は事後テストを受けた。その結果，比較群の生徒は，方程式の解を求めるという手続き的知識の柔軟な適用（正しい解答を得る，あるいは多様な解き方ができる）でよりよい成績を収めた。

また，Rittle-Johnson and Star（2009）では，7年生と8年生に方程式を解かせるために，同じタイプの問題を同じ解決方法で解かせる方法の比較，違った問題タイプを同じ解決方法で解かせる方法の比較と，同じ問題に対して違った解決方法の比較，の3種の方法の比較をさせた。その結果，概念的知識と手続き的技能のサポートに関しては，解決方法を比較させる方法が最も効果的であり，問題タイプを比較する方法は最もよくなかった。

更に，Rittle-Johnson, Star, and Durkin（2009）では，Rittle-Johnson and Star（2009）と類似した研究として，同じ問題を違った方法によって解かせる場合に比較させる方法，違った問題タイプを同じ解決方法で解かせて比較させる方法，例題を順番に解いていく方法の3種の方法を，7年生と8年生の生徒に割り当てて方程式を学習させた。これまでの彼女たちの研究と異なるのは，多くの生徒は方程式を解決するという代数の先行知識が十分でないことから代数の先行知識を身につけることから研究を始めたことであった。その結果，予備テストで代数の方法を学習しなかった生徒は，例題を順々に学習するか問題タイプを比較する場合に優れていた。他方，予備テストで代数の方法を学習した生徒では，解決方法を比較することが最も代数の知識をつけることに効果があった。つまり，解決方法を比較することと，問題タイプを比較することとは，学習者の注意を違った側面に向けさせることになり，先行知識の違いによって，両者の効果も違うことが分かった。

上記のように，Rittle-Johnson の比較研究のプロジェクトは，主に中学生の数学における問題解決での比較の効果を吟味している。それゆえ，小学生自身の算数問題解決における理解方略としての比較研究を認めることができなかった。しかしながら，我が国の小学生高学年の算数の授業において，いくつかの解き方を児童に提示し，提示したどうしてこのような解き方をしたのかの解き方の背景や，どの解き方がよりよい解き方であると考えるかを比較検討する課題が，しばしば示される。このことは，小学生でも高学年の児童には，算数問題解決において理解方略としての比較は有用となるかもしれない。ただ，その場合は，自己説明の場合と同様に，教師が問題とその解決過程を複数提示し，それらの問題解決の類似と相違，あるいはより適切な解き方を比較するように教示することが大切である。比較する過程において，また認知の活性化に基づく学習方略を適切に使用することができる。

以上のように，算数・数学の問題解決における比較研究では，自己説明研究に見られるような1つの問題の解決過程を提示するのではなく，通常は2つの問題の解決過程を提示それらの比較を求める研究が一般的である（他の比較研究に，Star, Pollack, Durkin, Rittle-Johnson, Lynch, Newton, & Gogolen， 2015；Ziegler & Stern，2016)。

Rittle-Johnson and Star（2011）は，比較という操作あるいは処理（我々の言葉では比較という理解方略）が，アナロジー問題の解決だけでなく算数・数学の問題解決を含むさまざまな問題解決に有効な方略であるとして，比較研究を過去の研究で使用された5つのタイプに分類して review した。これら5つのタイプの比較研究は，具体的で特徴的な学習過程の事例の種類によって区分されたものであり,「問題」,「問題カテゴリー」,「正しい方法」,「間違った方法」，及び「概念」の5つのタイプの比較研究に分類した。

「問題」の比較研究とは，2つの異なる問題を同じ方法によって解決するタイプの比較研究を意味する。この種のタイプの比較研究は，上述したアナロジーの問題解決における比較の研究に見られるように，「同じ方法で解くことのできる2つの異なる問題を読み，類似点をリストアップする」。「問題」の比較では，「いつ比較を使用するのか」という観点から問題を比較することが研究の目標となる。

「問題カテゴリー」の比較研究では，やはりアナロジーの問題解決で異なる問題を比較するものであり，比較によって問題がどのように違うのかを明確にすることである。「問題カテゴリー」の

比較研究は，「これらの問題はどのように違うのか」に研究の視点が置かれ，同形でない異なる問題を比較して解くために，異なる方法を使って解かれる。

「正しい方法」の比較研究とは，同じ問題をいくつかの違った方法を使って解くときに，問題のどの解き方がよりよい解き方の問題であるかを求める比較研究であり，たとえばどちらも問題解決における正しい解決方法である場合を比較することで，「どちらの問題解決がよりよい解決方法といえるか」を求めるものといえる。また「間違った方法」の比較研究とは，１つの問題を異なった解き方によって解く場合に，どちらの問題解決が正しいかの比較によって問題解決を理解することである。それゆえ，「間違った方法」の比較研究では，待ちかった解き方と正しい解き方を比較することで，正しい解き方をより明確にする比較研究といえる。

最後に，比較そのものの解決を求める「概念」の比較研究では，「同じ概念に含まれる多様な事例を比較することによって，どんな概念を共有するか」を求めるものである。「概念」の比較研究とは，比較問題に共通する概念を比較・分類することに重点を置いた研究といえる。

Rittle-Johnson and Star（2011）は，上記の５つの比較研究を review したのちに，自分たちの比較研究として，算数・数学における問題解決での短期と長期（１年）の比較研究を報告し，それぞれの研究で比較の効果を得ている（Star et al.（2015）の研究も参考のこと）。それらの研究で使用された比較研究は，教師による比較を使った授業の効果を評価する研究であり，「問題」の比較，「正しい方法」の比較，及び「間違った方法」の比較による各比較研究であった。これらの研究は彼女たちの先行研究の成果を反映させたものであった。

5　結論と今後の課題

本論文の目的は，算数問題解決を促す効果的な理解方略としての自己説明と比較の特性を明らかにすることであった。そのため，まず，①算数問題解決における効果的な理解方略とは何かについて議論し，問題解決における問題理解の過程で，児童の有する算数概念の知識と問題内容との意味統合を促進するメタ認知の活性化に基づく学習方略ととらえた。ついで，②理解方略としての自己説明と比較が算数問題解決にどのように適用され，かつ効果的な方略として利用されてきているかに言及し，先行する関連文献によって自己説明と比較の特性を明確にした。最後に，③理解方略としての自己説明と比較が算数問題解決において効果を生み出す理論的背景として，メタ認知の活性化が作用していることを指摘した。

本研究では，算数問題を解決する適切な理解方略として，自己説明と比較を取り上げてまとめた。自己説明も比較も，ともにメタ認知方略として知られている方略であり，問題解決時の問題理解において，効果を発揮する方略であることが分かった。算数問題の内容を理解するために，問題を自分で説明する自己説明と，いくつかの問題解決方法を比較して解決過程を理解し，どちらがより適切な解決方法であるか，あるいはどちらの解決方法が正しいかを判断する比較は，ともにメ認知の駆動を伴うことによって，問題解決に効果的な理解方略であることを示した。

メタ認知方略としての自己説明はよく知られた方略であり，高校生や大学生を使った多くの研究を見出せるが，小学生の算数問題解決に適用した研究は限られている。また，理解方略としての比較研究については，自己説明以上に小学生を対象とした研究を見いだすことは困難であった（例外は Ziegler and Stern（2016）の研究であり，そこでは X を使った方程式に関する知識がほとんどない小学６年生を使用）。Rittle-Johnson を中心にした研究プロジェクトの比較研究においても，中学生の数学の問題解決に比較研究を適用したものであった。なお，最近の Rittle-Johnson を中心とする研究プロジェクトでは，比較を操作することによる算数問題解決の研究そのものを見いだ

すことはできなかった。このことは，比較による方略が小学生には難解な方略であり，理解方略としてそれほど一般的でかつ効果的な方略ではないのであろうか。

確かに，小学生の算数問題解決の研究では，方略としての位置づけは難しいかもしれない。海外の比較研究も，主に中学生を対象にして算数・数学の問題解決授業における介入の一方法として，比較研究が実施されていることが多い（Newton, 2020）。わが国では，いくつかの解き方を比較して吟味する小学校算数の授業を散見することができる。だが，それは比較を理解方略として授業で利用し，児童に理解方略を体得させる意図はないであろう。このように，学習者自らがいくつかの解き方を比較して理解するような活動は，小学生にとっては自己説明以上に難しい活動であるかもしれない。

以上のように考察すると，自己説明も比較も，ともに教師の働きかけがなければ小学生にとって使用が難しい活動であるといえる。課題の工夫と教師の働きかけが，自己説明と比較の効果のポイントとなるようである。小学生の算数問題解決に理解方略としての自己説明と比較を授業に取り込むことは，今後さらに吟味すべき課題である。

6　引用文献

Atkinson, R.K., Derry, S.J., Renkl, A., & Wortham, D. (2000). Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. *Review of Educational Research, 70*, 181-214.

Duncker, K. (1945). On problem solving. *Psychological Monographs, 58*, (whole No. 270).

Gick, M.L., & Holyoak, K.J. (1980). Analogical problem solving. *Cognitive Psychology, 12*, 306-355.

Gick, M.L., & Holyoak, K.J. (1983). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology, 15*, 1-38.

McNamara, D.S., & Magliano, J.P. (2009). Self-explanation and metacognition: The dynamics of reading. In D.J.Hacker, J.Dunlosky, & A.C.Graesser (Eds.), *Handbook of metacognition ineducation* (pp.60-81). New York: Routledge.

Mwangi, W., & Sweller, J. (1998). Learning to solve compare word problems: The effect of example format and generating self-explanations. *Cognition & Instruction, 16*, 173-199.

中原忠男（1991）．問題解決　数学教育学研究会（編）新算数教育の理論と実際（pp.163-178）．聖文社

Newton, K. (2020). Mathematics strategy interventions. In D.L.Dinsmore, L.K.Fryer, & M.M.Parkinson (Eds.), *Handbook of strategies and strategic processing* (pp. 159-176). New York: Routledge.

Polya, G.（柿内賢信（訳））（1945/1954）．いかにして問題をとくか　東京：丸善株式会社

Rittle-Johnson, B. (2006). Promoting transfer: Effects of self-explanation and direct instruction. *Child Development, 77*, 1-15.

Rittle-Johnson, B., & Star, J.R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge?: An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology, 99*, 561-574.

Rittle-Johnson, B., & Star, J.R. (2009). Compared with what?: The effects of different comparisons on conceptual knowledge and procedural flexibility for equation solving. *Journal of Educational Psychology, 101*, 529-544.

Rittle-Johnson, B., Star, J.R., & Durkin, K. (2009). The importance of prior knowledge when comparing examples: Influences on conceptual and procedural knowledge of equation solving. *Journal of Educational Psychology, 101*, 836-852.

Rittle-Johnson, B., & Star, J.R. (2011). The power of comparison in learning and instruction: Learning outcomes supported by different types of comparisons. In J.P.Mestre & B.H.Ross (Eds.), *The psychology of learning and motivation: Cognition and education* (Vol. 55, pp. 199-225). San Diego, CA: Academic Press.

Rousseau, J.J.（今野一雄（訳））（1762/2007）．エミール（中）　東京：岩波書店

Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D.A.Grouws

(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Siegler, R.S., & Lin, X. (2010). Self-explanations promote children's learning. In H.S.Waters & W.Schneider (Eds.), *Metacognition, strategy use, and instruction* (pp. 85-112). New York, NY: The Guilford Press.

Star, J.R., Pollack, C., Durkin, K., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., Newton, K., &Gogolen, C. (2015). Learning from comparison in algebra. *Contemporary Educational Psychology, 31*, 280-300.

多鹿秀継・石田淳一（1989）．子どもにおける算数文章題の理解・記憶　教育心理学研究，*37*，126-134.

多鹿秀継・中津楢男（2009）．算数問題解決と転移を促す知識構成の研究　東京：風間書房

多鹿秀継・中津楢男・加藤久恵・藤谷智子・堀田千絵・野崎浩成（2016）．メタ認知方略としての自己説明の特性　神戸親和女子大学研究論叢，*49*，41-51.

多鹿秀継・中津楢男・加藤久恵・藤谷智子・堀田千絵・野崎浩成（2017）．算数問題解決を育むコンピュータ利用によるメタ認知の活性化　神戸親和女子大学研究論叢，*50*，19-28.

Tajika, H., Nakatsu, N., Nozaki, H., Neumann, E., & Maruno, S. (2007). Effects of self-explanation as a metacognitive strategy for solving mathematical word problems. *Japanese Psychological Research, 49*, 222-233.

VandenBos, G.R. (Editor in chief). (2015). *APA dictionary of psychology* (2nd ed.). Washington, DC: American Psychological Association.

矢田部達郎（1983a）．矢田部達郎著作集５　思考心理学２－関係と推理－　培風館

矢田部達郎（1983b）．矢田部達郎著作集７　思考心理学４－比較と抽象－　培風館

Ziegler, E., & Stern, E. (2016). Consistent advantages of contrasted comparisons: Algebra learning under direct instruction. *Learning and Instruction, 41*, 41-51.

7　注

1　神戸親和女子大学

2　奈良教育大学